积分计算

预备知识

立方公式

立方和公式
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
立方差公式
$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
完全立方公式
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

对数公式

1 换等变形

2 乘法公式

3 除法公式

4 换底公式

5 倒数

三角公式

两角和差 二倍角 降幂

特殊值

和差化积

正割余割

诱导公式

反三角

万能公式

基本概念

积分

1 不定积分 2 简单函数 3 是连续的

4 奇偶函数求定积，偶定积可转变限积分

导积关系⭐⭐⭐⭐⭐

三大积分法

凑微分

分部积分

列表

核心：
上导下积（遇到降维就平移）
对角相乘，正负相间，逐线积分
导积寸止符：
幂函数0
循环积分2 常数值
复合情况3 积分分时

e的x速算

行列式❌

换元

三角代换

适用情况：（根号下）平方和差
换回来的时候画三角形

根式代换

适用情况：根号下一次方

倒代换

适用情况：分母次数较高（2 3）

万能代换❌

适用情况：三角有理式

整体代换

适用情况：含有复杂函数

定积分独有方法

奇偶性

对称区间 偶倍奇零

周期性

适用情况：三角函数
从任何点开始积满一个周期都等于从0积满一个周期

Wallis 公式

平移变换

区间不会动
通过换元
1 将区间移到题设条件给的区间
2 构造对称区间

✅操作手法：
区间减函数加/区间加函数减

区间再现

1 本质

✅操作手法：令x=上限+下限-t
☑适用情况：分子为分母的其中一项

2 推论1（平均放大倍数）

3 推论2

面积

cos/sin高次幂定积分

特殊反常积分

建议数学一三反复抄写，
数学二从东考过瓶帮忙，课务必重视！

考研前未考过，务必重视。

指数零到无穷积分

泊松积分（Poisson）

两类欧拉积分

伽马函数

贝塔函数

化简手法

拆项

1 分母有什么 分子拆什么
（方便约分）

2 一分为二（拆出自己需要的）

提项

1 提高次（外面提里面除）

2 提根号内的一项

3 提e的x

4 分子比分母高几次就提几次
然后拆项

同除

1 除最高的

2 除e的x

3 二次四次除二次

同乘

1 多项式差几次乘几次

2 利用平方差公式

三角函数化简

分母有理化

3 同乘e的x

配方（二次多项式）

1 根号内部二次多项式配方（完全平方）

2 类因式分母配方

经典题型

有理函数

分子次数=分母次数

拆项

分子次数>分母次数

先提项后拆项

分子次数<分母次数

分母质因式（不可分解）

分母二次 分子常数

先配方 后凑微分

分母二次 分子一次

1 分子拆出来分母的导数再配平
2 拆成两部分算
一部分直接凑微分
另一部分先配方后凑微分

分母可因式分解

分母因式分解
分子拆项或待定系数

拆项

待定系数

1 分母因式分解
（分解的不能再分解 部分解到最简因式）
2 分母的每个因式单独写出来
判定所有可能性（高次算从低到高都要写）
3 分子待定系数
（分子比分母低原的次数低一次）
4 将分后的分子等于考试题的分子
通过对应项系数相等 解得ABCDE
（特殊法取0 1 2 -1）

混合留数法⭐⭐⭐

1 括号里一次，括号外一次

2 括号里一次，括号外高次

3 括号里二次，括号外一次

三角相关

1 的妙用

2 cos消1作用（cos二倍角公式）
若无cos，利用诱导公式创造

3 sincos与sin转化（sin二倍角公式）

4 sin+cos转化为sin（辅助角公式）

5 分母齐次结构，同除cos的几次方，
往tan上靠

三角函数组合积分

▲分子拆成A倍的分母+B倍的分母等

三角高次幂

1 sin cos高次幂
奇数次凑微分 偶数次降幂
2 csc sec高次幂
偶数次凑微分 奇数次凑微分分部

根号下加比减/减比加

根号下解放因式
1 根号下分式 解放分子
利用平方差因零，然后拆成两项做

2 根号下乘积 两个因式解放一个

变限积分的定积分

1 凑微分分部
2 交换积分次序

求分段函数的不定积分

1 分段分别求 每段C不一定相同
至C1C2
2 原函数可导必连续
连续左极限等于右极限
确定C1C2关系

- 积分计算
  - 预备知识
    - 立方公式
    - 对数公式
    - 三角公式
      - 两角和差 二倍角 降幂
      - 和差化积
      - 诱导公式
      - 特殊值
      - 正割余割
      - 反三角
      - 万能公式
  - 基本概念
    - 积分
    - 导积关系⭐⭐⭐⭐⭐
  - 三大积分法
    - 凑微分
    - 分部积分
      - 列表
        - e的x速算
        - 行列式❌
      - 换元
        - 三角代换
        - 根式代换
        - 倒代换
        - 万能代换❌
        - 整体代换
  - 定积分独有方法
    - 奇偶性
    - 周期性
    - Wallis 公式
    - 平移变换
    - 区间再现
    - 面积
    - cos/sin高次幂定积分
  - 特殊反常积分
    - 指数零到无穷积分
    - 泊松积分（Poisson）
    - 两类欧拉积分
      - 伽马函数
      - 贝塔函数
  - 化简手法
    - 拆项
    - 提项
    - 同乘
    - 同除

- 配方（二次多项式）

经典题型

有理函数

- 分子次数=分母次数
- 分子次数>分母次数
- 分子次数<分母次数
  - 分母质因式（不可分解）
    - 分母二次 分子常数
    - 分母二次 分子一次
  - 分母可因式分解
    - 拆项
    - 待定系数
      - 混合留数法⭐⭐⭐

- 三角相关
- 三角函数组合积分
- 三角高次幂
- 根号下加比减/减比加
- 变限积分的定积分
- 求分段函数的不定积分